Des structures de cisaillement à la loi de friction : une homothétie du tenseur naturel des contraintes en tectonique cassante

Pom-yong Choi, Jacques Angelier, Jae-Ha Hwang, Jean-Paul Cadet, Olivier Lacombe, Uee Chan Chwae, Byung-Joo Lee, Catherine Homberg et Christophe Pascal

Résumé La détermination du tenseur naturel des contraintes est un élément important pour reconstituer les conditions qui ont prévalu au moment d'un événement tectonique, en tenant compte de la paléoprofondeur. En faisant l'hypothèse que les directions des fentes de tension associées aux jeux de failles sont parallèles aux contraintes appliquées modifiées par la friction, nous déterminons avec des mesures simples deux paramètres de la loi de friction : la pente de la ligne de friction et la relation de proportionnalité entre les valeurs des contraintes principales. La détermination d'un tenseur réduit étant faite par ailleurs, le rapport d'homothétie du tenseur des contraintes peut être trouvé par une calibration connaissant un seuil de cisaillement, la résistance à la traction de la roche ou encore la profondeur d'enfouissement.

Mots-clés : Tenseur naturel des contraintes, Ligne de friction, Structures de cisaillement, Rapport d'homothétie.

Abstract From shear structures to friction law: similarity of natural stress tensor in brittle tectonics

The determination of the natural stress tensor is a major step in the reconstruction of the conditions that prevailed during a tectonic event, taking the palaeo-depth into account. Assuming that the tension gashes associated with fault slip are parallel to the applied stresses modified by friction, and based on the simple measurements, we determine two parameters of the friction law: the slope of the friction line and the proportionality ratio between the principal stress magnitudes. The reduced stress tensor was also determined, thus the similarity ratio of the natural stress tensor was determinable through a simple calibration constrained by a threshold value of the shear stress, the tensile strength of the rock, or the depth of overburden.

Keywords: Natural stress tensor, Friction line, Shear structures, Similarity ratio.

Abridged English Version

INTRODUCTION

The determination of the natural stress tensor is a concept applicable to the determination of local stress during a tectonic event, taking the palaeo-depth into account. Byerlee (1978) presented the laws of initial and maximum frictions based on the experiments (*see* also Hoek and Bray, 1981). Sassi and Carey-Gailhardis (1987) discussed the friction criteria. A method for the determination of the stress magnitudes was proposed (Angelier, 1989), including the determination of the friction line for large fault populations. However, because for a tectonic event the number of measured faults is generally small (about 20 to 50), this technique is not applicable routinely.

The stress tensor determination methods by inversion of fault slip data sets are now well

1250-8050/96/03220149 • \$ 2.00 @ Académie des Sciences

TECTONIQUE/TECTONICS

C.R. Acad. Sci. Paris, t. 322, série II *a*, p. 149 à 154, 1996

P.-y. C., J. A., J.-P. C., O. L., C. H. et C. P. : Tectonique Quantitative, Université P.-et-M.-Curie, T26-25, E1, 4, place Jussieu, 75252 Paris, France ;

P.-Y. C., J.-H. H., U. C. C. et B.-J. L. : Korea Institute of Geology, Mining and Materials, PO Box 111, Yusong Post Office, 30 Kajung-dong, Yusong-gu, Taejon, 305-350, Korea.

Note

présentée par Jean Aubouin.

remise le 26 juin 1995, acceptée après révision le 25 septembre 1995.

149

Fig. 1 Diagramme schématique montrant la formation de structures de cisaillement. (a) Schéma de la formation des fentes de tension associées au jeu de faille. (b) Ligne de friction et relations dans le diagramme de Mohr. o, contrainte totale. σ', contrainte « agissante » appliquée sur le plan de faille. σ_N , contrainte normale. r, contrainte tangentielle. contrainte tangentielle « agissante ». μ, module de friction. φ, angle de friction. σ_1 , σ_2 et σ_2 , magnitudes des axes principaux de contraintes (avec $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$). Autres symboles : $k = \sigma_1 - \sigma_2, \alpha = \sigma_3 / (\sigma_1 - \sigma_3)$ et $\Phi = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3).$

Schematic diagram showing the formation of the shear structures. (a) Formation of tension gashes associated with fault slip. (b) Friction line and relationships among the parameters in Mohr's diagram. σ , total stress. σ' , "acting" stress applied on the fault plane. σ_N , normal stress. τ , shear stress. τ' , "acting" shear stress. μ , coefficient of friction. ϕ , friction angle. $\sigma_1 \sigma_2$ and σ_3 principal stress magnitudes (with $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$). Other symbols: $k = (\sigma_1 - \sigma_3)$, $\alpha = \sigma_3 / (\sigma_1 - \sigma_3)$ and $\Phi = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)$. known (e.g., Carey and Brunier, 1974; Angelier, 1975, 1991; Choi, 1991). They are based on the hypotheses of Wallace (1951) and Bott (1959). Although the calcite twinning analysis allows the determination of five unknowns (Lacombe and Laurent, 1992) and Reches (1987) tried to estimate better the stress tensor by adopting the Coulomb's yield criterion, one generally determines the reduced tensors with four unknowns (the orientations of principal stress axes and ratio between stress differences).

This paper aims to show how a linear relationship can be found in order to better constrain the natural stress tensor knowing the reduced stress tensor. This method provides new possibilities to determine the natural stress tensor where the number of data remains insufficient to statistically determine the friction laws.

I. FRICTION AND APPLIED STRESS

During fault slip, the friction modifies the stress applied on the fault surface (fig. 1 a). We consider that the "acting" stress (i.e. the applied stress) modified by friction induces the development of tension structures and Riedel's R- and R'-type fractures along the fault. Providing that no significant rotation occurred along the fault, one may infer that the direction of tension gashes (or the bisector of conjugate Riedel's fractures) indicates the direction of the "acting" stress vector applied on the fault plane (fig. 1 a). The friction which is exerted in the direction against the tangential stress τ is proportional to the normal stress σ_N . Therefore, the "acting" shear stress τ is rewritten as $\tau \mu \sigma_{N}$ where μ is the coefficient of friction (fig. 1 b).

Based on this principle, our method requires the measurement of such small tension and shear structures related to the fault slips for a given tectonic event with great care in data acquisition; the possible rotations due to shearing (such as for *en échelon* sigmoidal tension gashes) and the possible lack of synchronism between faulting and development of associated minor features must be carefully considered. One commonly uses the friction angle φ such that $\mu = \tan \varphi$ (Jaeger, 1969). The tension gashes related to fault movement are the most useful structures.

II. SIMILARITY OF NATURAL STRESS TENSOR

With σ_1 , σ_2 and σ_3 as the maximum, intermediate and minimum principal stress axes, respectively (with the compression positive), we can define $k = \sigma_1 - \sigma_3$ (k > 0) and $\alpha = \sigma_3/(\sigma_1 - \sigma_3)$, and adopt the stress difference ratio $\Phi = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ defined by Angelier (1975). Thus, we replace σ_1 , σ_2 and σ_3 by k ($1 + \alpha$), k ($\Phi + \alpha$) and $k \alpha$, respectively (**fig. 1 b**). The value k, which is related to the similarity of the natural stress tensor, cannot be directly determined solely with the faultslip data. Prior to the determination of k, one must find the values α and μ .

Figure 2 a illustrates the determination of reduced stress tensors with two stress inversion methods (Choi, 1991) for a tectonic event at the site of Yusu-ri, Chinyang-gun, south-eastern Korea (Choi *et al.*, in preparation). For this fault population, the tension gashes were measured on the six faults among 76 faults. Determining the reduced stress tensor allows a Mohr's diagram to be constructed with σ_3 as an arbitrary origin (*i.e.* an offset of *-k* α in abscissae). Each point has the coordinates $x = (\sigma_N - \sigma_3)/k$ and $y = \tau/k$ in this diagram, but *k* and α remain unknown (**fig. 2 b**).

IIII. PRINCIPLE AND APPLICATION OF THE METHOD

The natural stress tensor **T** is written as $k [\mathbf{T}_{\phi} + \alpha \mathbf{I}]$ in the function of the reduced stress tensor \mathbf{T}_{ϕ} (**I** being uniform matrix). With γ as the angle between the minor tension gashes and the fault slip, one obtains $y = (x + \alpha) (\mu + \cot \gamma)$. We determine the values α and μ using two relationships described in equations (1)-(2) in the French text using the least squares method. Figure 3 a shows this determination with the data of figure 2. Each triangle illustrates the fit between each tension gash and the determined friction line, which is good considering the diversity of orientations. The obtained values are $\varphi = 29^{\circ}$, $\mu = 0.56$ and $\alpha = 0.08$.

Further results may be obtained assuming that the applied "acting" stress on the fault plane induces directly the tension gash development, which implies that $\tau' \sin \gamma$ is larger than the tensile strength, σ_T . Figure 3 b illustrates the additional relationships between σ'/k and $-(\tau' \sin \gamma)/k$. The estimated minimum value of $(\tau' \sin \gamma)/k$ is 0.11.

DISCUSSION AND CONCLUSION

Using the data commonly collected in brittle tectonics, our method allows determination of the slope of the friction line μ and the value $\alpha = \sigma_3/(\sigma_1 - \sigma_3)$. We thus better constrain the friction law (**fig. 1 b**) with much fewer requirements than for a statistical approach previously proposed (Angelier, 1989). The number of the fault slip data is no longer a major limiting factor. In counterpart, the small tension gashes (or small Ridel's conjugate systems) associated with at least some fault slips (**figs. 1 a and 2 a**) must be measured. Whether these structures were formed contemporaneously with faulting and significant rotations are absent along faults must be checked carefully. The friction law is then determinable (fig. 3 a).

Knowledge of the value μ fixes the slope of the friction law; that of α defines the position of the Mohr circle with respect to the friction line (**fig. 1 b**). It leads to determination of five unknowns from the four unknowns of the reduced stress tensor. The sixth (last) unknown *k*, which depends on the similarity of the natural stress tensor, is determinable through a simple calibration (**fig. 3 b**) provided that one additional parameter is available (such as the threshold shear stress for mechanical twinning, the tensile strength of the rock σ_{τ} or the overburden pressure).

INTRODUCTION

L'homothétie du tenseur naturel des contraintes est un concept applicable à la reconstitution locale des contraintes, tenant compte de l'influence de la profondeur d'un site au moment d'un événement tectonique. Byerlee (1978) a présenté les lois des frictions initiale et maximale à partir de résultats expérimentaux (voir aussi Hoek et Bray, 1981). Sassi et Carey-Gailhardis (1987) ont discuté la possibilité de déterminer le critère de friction par des simulations. Une méthode de détermination des magnitudes des contraintes a été proposée (Angelier, 1989), incluant la détermination de la ligne de friction pour des populations de failles en grand nombre. Cependant, puisque le nombre de failles mesurées pour un événement demeure généralement faible (une vingtaine à une cinquantaine de données), cette dernière technique n'est que rarement applicable.

Les méthodes de calcul d'un tenseur des contraintes par inversion de données de jeux de failles, bien connues à présent (e.g. Carey et Brunier, 1974 ; Angelier, 1975, 1991 ; Choi, 1991), n'ont pas à être rappelées ici. Elles font appel aux hypothèses de Wallace (1951)-Bott (1959) reliant un jeu de faille au tenseur des contraintes, avec des simplifications dont la validité a été discutée (Dupin *et al.*, 1993 ; Pollard *et al.*, 1993). Bien que



Fig. 1 Légende page précédente. Caption on previous page. Fig. 2 Exemple d'analyses des contraintes. (a) Détermination de tenseurs réduits des contraintes pour une population (Yusu-ri, Chinyanggun, Corée ; 76 failles). En haut à droite, rapports Φ. Axes principaux des contraintes : pentagones pour σ_{ij} triangles pour o3. Pôles des fentes de tension : carré. Chaque fente de tension associée d'un jeu de faille (losange ajouté au carré) est numérotée (pour comparaison avec figure 3). (b) Diagramme de Mohr construit basé sur le tenseur des contraintes réduit (pour x et y, voir texte)

Example of stress analyses. (a) Determination of results of stress tensors for a population (Yusu-ri, Chinyang-gun, southeastern Korea; 76 faults). Upper right corner: stress difference ratios, Φ . Principal stress axes: pentagons for σ_1 , triangles for σ_3 . Each tension gash related to a fault slip (diamond added to square) is numbered for comparison with figure 3. Poles to the tension gashes: squares. (b) Mohr's diagram constructed based on the determined reduced stress tensor (for x and y, see text)

Fig. 3 Détermination de la loi de friction. (a) Résultat de la détermination de la ligne de friction. Chaque triangle montre l'accord des couples strie de failles-fentes de tension à la ligne de friction calculée (ajustement au sens des moindres carrés). Les numéros correspondent à ceux de la figure 2 a. (b) Cercles de Mohr construits en considérant pour chaque donnée les contraintes appliquées « agissantes » (fig. 1 a), σ'/k et – (τ ' sin γ)/k.

Determination of the friction law. (a) Determined friction line. Each triangle shows the fit between fault slip-tension gash couples and the computed friction line (adjustment based on the least squares method). (b) Mohr circles constructed by considering for each fault the applied stresses (**fig. 1 a**), σ'/k and $-(\tau' \sin \gamma)/k$. Reches (1987) ait élargi la conception du calcul de tenseurs des contraintes en intégrant le critère de Coulomb et que l'analyse de la macle mécanique de la calcite donne accès à cinq inconnues (Lacombe et Laurent, 1992), on détermine généralement un tenseur des contraintes réduit à quatre inconnues (orientation des axes principaux des contraintes et rapport des différences des contraintes).

Dans cette Note, nous montrons comment une loi linéaire peut être déterminée, afin de faciliter le passage du tenseur réduit au tenseur réel des contraintes. Notre méthode offre de nouvelles possibilités de détermination des tenseurs naturels des contraintes, lorsque les populations de failles sont en nombre insuffisant pour permettre de cerner statistiquement la loi de friction.

I. FRICTION ET CONTRAINTE APPLIQUÉE

Lors du jeu le long d'une faille, la friction entraîne un changement de la contrainte exercée sur la faille (fig. 1 a). Nous considérons que c'est la contrainte « agissante » (c'est-à-dire modifiée par la friction) qui produit le long de la faille des structures mineures : fentes de tension et cisaillements (R et R') de Riedel. A condition qu'il n'y ait pas eu de rotation notable due au cisaillement le long de la faille (des précautions s'imposent lors de l'observation), on peut conclure que la direction des fentes de tension et de la bissectrice des structures de Riedel est celle de cette contrainte « agissante » appliquée sur le plan de faille. La friction qui s'exerce dans la direction contraire à la contrainte tangentielle τ est proportionnelle à la contrainte normale σ_N . La contrainte tangentielle « agissante » τ' vaut donc $\tau - \mu \sigma_{x}$, où μ est le coefficient de friction (fig. 1 b). On utilise couramment l'angle de friction φ , tel que μ = tan φ (Jaeger, 1969).

Fondée sur ce principe, notre méthode exige la mesure des petites structures de tension et de cisaillement, associées aux jeux de failles d'un événement tectonique. Une grande prudence est requise dans l'acquisition de ces données ; en particulier, la possibilité de rotation des fentes le long d'un cisaillement doit être envisagée (cas des fentes de tension sigmoïdales), et il faut s'interroger sur le synchronisme des jeux d'une faille et de ses petites fentes associées. En pratique, les fentes de tension sont les plus utiles, car souvent les stries stylolitiques sont presque parallèles au plan de faille et les cisaillements conjugués de Riedel difficiles à trouver et de caractérisation douteuse.

II. HOMOTHÉTIE DU TENSEUR DES CONTRAINTES

Appelons σ_1 , σ_2 et σ_3 les contraintes maximale, intermédiaire et minimale respectivement (la pression est notée positive). Posons $k = \sigma_1 - \sigma_3$ (> 0) et $\alpha = \sigma_3/(\sigma_1 - \sigma_3)$ et utilisons le rapport de différences de contraintes, $\Phi = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$, défini par Angelier (1975). Ceci permet de réécrire respectivement σ_1 , σ_2 et σ_3 comme suit : k (l + α), k (Φ + α) et $k \alpha$ (fig. 1 b). Le paramètre k, positif, exprime le rapport d'homothétie du tenseur naturel des contraintes, qui ne peut pas être déterminé directement avec des mesures de jeux de failles. Avant de trouver k, il faut déterminer α et μ .

La figure 2 a illustre la détermination du tenseur des contraintes réduit, par deux méthodes proposées par Choi (1991), pour un événement tectonique ayant affecté le site de Yusu-ri, Chinyang-gun, en Corée du Sud-Est. On a donc construit le diagramme de Mohr (fig. 2 b), avec une origine arbitrairement fixée à σ_s (décalage – $k \alpha$ des abscisses) et une échelle inconnue k. En d'autres termes, on associe à chaque point représentatif d'une faille des coordonnées $x = (\sigma_{y} - \sigma_{y})/k$ et $y = \tau/k$ (fig. 2 b), sans connaître k ni α . Les orientations des structures de tension associées ont pu être mesurées pour 6 données de glissement sur 76, ce qui nous permet d'appliquer notre méthode pour contraindre k et α .

III. PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET APPLICATION

Le tenseur naturel des contraintes **T** s'écrit $k [\mathbf{T}_{\Phi} + \alpha \mathbf{I}]$ en fonction du tenseur réduit \mathbf{T}_{Φ} (I étant la matrice unité). Posons γ l'angle du plan des petites fentes de tension par rapport aux glissements (**fig. 1 a**). Puisque τ vaut cot $\gamma \sigma_N$, la contrainte tangentielle τ se réécrit $\mu \sigma_N + \cot \gamma \sigma_N = \sigma_N$ ($\mu + \cot \gamma$); τ et σ_N étant remplacés respectivement par ky et k ($x + \alpha$) (**fig. 1 b et 2 b**), ycorrespond à ($x + \alpha$)($\mu + \cot \gamma$). Nous pouvons ainsi construire la somme des carrés des écarts résiduels (SCE) entre ces deux valeurs. Annulant les dérivées partielles de cette fonction (SCE) relativement à α et μ (méthode des moindres carrés), on obtient deux relations comme suit :

(1)
$$\alpha = \frac{\left\{ \frac{\sum \left(\mu + \cot \gamma\right) y}{-\sum \left(\mu + \cot \gamma\right)^2 x} \right\}}{\sum \left(\mu + \cot \gamma\right)^2}$$

(2)
$$\mu = \frac{\left\{ \frac{\sum (x+\alpha)y}{-\sum (x+\alpha)^2 \cot \gamma} \right\}}{\sum (x+\alpha)^2}$$

Des relations donnant α et μ directement peuvent se trouver, mais compliquées. Nous avons préféré adopter un simple calcul itératif, avec des déterminations alternées de α et μ jusqu'à obtention d'un état stationnaire. La figure 3 a montre le résultat pour l'exemple choisi, pour les six données associant des petites fentes à des failles. Chaque triangle illustre l'accord de chaque fente de tension avec la ligne de friction, toujours satisfaisant malgré la diversité des orientations (**fig. 2 a**). Les valeurs obtenues sont $\varphi = 29^\circ$, $\mu = 0,56$ et $\alpha = 0,08$.

On pourrait aller plus loin en admettant que la contrainte « agissante » appliquée sur la faille induit directement la formation des fentes de tension (**fig. 1 a**), auquel cas la valeur τ 'sin γ doit l'emporter sur la résistance à la traction σ_T . La figure 3 b, construite sur ce principe, illustre les relations supplémentaires entre σ'/k et – $(\tau' \sin \gamma)/k$ responsables de la formation des fentes de tension. La valeur minimale déterminée de $(\tau' \sin \gamma)/k$ s'élève à 0,11.



DISCUSSION ET CONCLUSION

La nouvelle méthode proposée ici permet, avec les données classiquement mesurées sur le terrain en tectonique cassante, la détermination de la pente µ de la loi de friction et celle de la valeur a qui exprime le rapport $\sigma_3/(\sigma_1 - \sigma_3)$. L'application de cette méthode permet donc, dans des conditions moins contraignantes que pour une approche proposée précédemment (Angelier, 1989), de cerner la loi de friction (caractérisée par α et μ relativement à l'état de contrainte, fig. 1 b). Le nombre de mesures ne constitue plus une limitation majeure. En revanche, il faut mesurer les petites fentes de tension (ou les petits systèmes de Riedel) associés à quelques unes au moins des failles (fig. 1 a et 2 a), en vérifiant qu'il s'agit bien de structures synchrones des jeux et qu'il n'y a pas de rotation significative de ces petites structures dues au cisaillement. Dès alors, la loi de friction est calculée par ajustement sur ces données (**fig. 3 a**).

La connaissance de la valeur µ fixe la pente de la loi de friction. Celle de la valeur α fixe la position du cercle de Mohr par rapport à la droite de friction (fig. 1 b) ; elle permet donc de passer de quatre inconnues (l'inversion classique) à cinq inconnues, dans la détermination d'un tenseur des contraintes. La sixième et dernière inconnue, k, dépend du rapport d'homothétie du tenseur naturel des contraintes ; elle peut être trouvée par une simple calibration (fig. 3 b). Il suffit alors de connaître un paramètre supplémentaire (par exemple, le seuil de contrainte cisaillante résolue exigé pour le maclage mécanique d'un minéral, la résistance à la traction de la roche, σ_{τ} , ou encore la profondeur d'enfouissement).

Remerciements : Les auteurs remercient J. L. Mercier pour ses remarques constructives sur le manuscrit.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANGELIER, J., 1975. Sur l'analyse de mesures recueillies dans des sites faillés : l'utilité d'une confrontation entre les méthodes dynamique et cinématique, C. R. Acad. Sci. Paris, 281, série D, p. 1805-1808.
- ANGELIER, J., 1989. From orientation to magnitudes in paleostress determination using fault slip data, J. Struct. Geol., 11, p. 37-50.
- ANGELIER, J., 1991. Inversion directe et recherche 4-D: comparaison physique et mathématique de deux modes de détermination des tenseurs des paléocontraintes en tectonique de failles, C.R. Acad. Sci. Paris, 312, série II, p. 1213-1218.
- BOTT, M. H. P., 1959. The mechanics of oblique slip faulting, *Geol. Mag.*, 96, p. 109-117.
- BYERLEE, J. D., 1978. Friction of rocks, Pure & appl. Geophys., 116, p. 615-626.
- CAREY, E. et BRUNIER, B., 1974. Analyse théorique et numérique d'un modèle mécanique élémentaire appliqué à l'étude d'une population de failles, C. R. Acad. Sci. Paris, 279, série D, p. 891-894.
- CHOI, P. Y., 1991. Method for determining the stress tensor using fault slip data, J. Geol. Soc. Korea, 23, p. 383-393.

- DUPIN, J. M., SASSI, W. et ANGELIER, J., 1993. Homogeneous stress hypotheses and actual fault slip: a distinct element analysis, *J. Struct. Geol.*, 15, p. 1033-1043.
- HOEK, E. et BRAY, J. W., 1981. Rock slope engineering (third edition). The Institute of mining and metallurgy, London, 358 p.
- JAEGER, J. C., 1969. Elasticity, fracture and flow with engineering and geological applications (third edition), Methuen & Co. and Science Paperbacks/Fletcher & Son, Norwich, 268 p.
- LACOMBE, O. et LAURENT, P., 1992. Determination of principal stress magnitudes using calcite twins and rock mechanics data, *Tectonophysics*, 202, p. 83-93.
- POLLARD, D. D., SALITZER, S. D. et RUBIN, A. M., 1993. Stress inversion methods: are they based on faulty assumptions? J. Struct. Geol., 15, p. 1045-1054.
- RECHES, Z., 1987. Determination of the tectonic stress tensor from slip along faults that obey the Coulomb yield condition, *Tectonics*, 6, p. 849-861.
- SASSI, W. et CAREY-GAILHARDIS, E., 1987. Interprétation mécanique du glissement sur les failles : Introduction d'un critère de frottement, Annales Tectonicae, 1, p. 139-154.
- WALLACE, R. E., 1951. Geometry of shearing stress and relation to faulting, *J. Geol.*, 59, p. 118-130.